

单元素养测评卷(一)

第六章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $\{e_1, e_2\}$ 是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是 ()

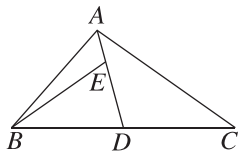
- A. $2e_1 + e_2$ 和 $e_1 - e_2$ B. $3e_1 - e_2$ 和 $2e_2 - 6e_1$
C. $e_1 + 3e_2$ 和 $e_2 + 3e_1$ D. e_1 和 $e_1 + e_2$

2. 设 a, b 都是非零向量,下列四个条件中,使 $\frac{a}{|a|} = \frac{b}{|b|}$ 成立的充分条件是 ()

- A. $a = -2b$ B. $a \parallel b$
C. $a = 3b$ D. $a \parallel b$ 且 $|a| = |b|$

3. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 是边 BC 的中点, E 是线段 AD 上靠近点 A 的三等分点,则 $\overrightarrow{BE} =$ ()

- A. $\frac{5}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



4. 已知 $|a| = 1, |b| = 2, a$ 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$,那么 $|4a - b| =$ ()

- A. 2 B. 6
C. $2\sqrt{3}$ D. 12

5. [2025·天津滨海新区高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, A = 45^\circ$,则 $B =$ ()

- A. 60° B. 120°
C. 60° 或 120° D. 以上都不对

6. 已知向量 $a = (1, -\sqrt{3}), |b| = 1$,且 $(a - 2b) \cdot (2a + b) = 3$,则 $a + 2b$ 在 a 上的投影向量的坐标是 ()

- A. $(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$
C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$

7. [2025·承德高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .若 $2A = B + C, a^2 = bc$,则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

- A. 三边不全相等的锐角三角形
B. 钝角三角形
C. 直角三角形
D. 等边三角形

8. [2025·湖北汉川高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$,且 $\frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{BA}|} = \frac{\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}$, $4a + c = 6$,则 BD 的最大值是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 对于平面向量 a, b, c ,下列结论不正确的是 ()

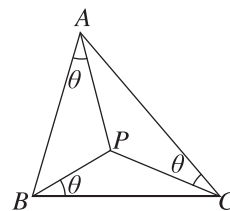
- A. 若向量 a 与 b 不相等,则 $|a| \neq |b|$
B. 若 $|a| > |b|$,则向量 $a > b$
C. 若向量 a 与 b 不共线,则 a 与 b 都是非零向量
D. 若向量 a 与 b 共线,向量 b 与 c 共线,则向量 a 与 c 也共线

10. [2025·枣庄高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,下列说法正确的是 ()

- A. 若 $c = \sqrt{3}, b = 1, B = \frac{\pi}{6}$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B. 若 $a^2 + b^2 < c^2$,则 C 为钝角
C. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,则 $\sin A > \cos B$
D. 若 $B = \frac{\pi}{3}, a = 2\sqrt{3}$,且 $\triangle ABC$ 有两解,则 b 的取值范围是 $(3, 2\sqrt{3})$

11. [2025·咸阳高一期中] 如图,若 $\triangle ABC$ 内有一点 P ,使得 $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \theta$,则称点 P 为 $\triangle ABC$ 的布罗卡尔点, θ 为 $\triangle ABC$ 的布罗卡尔角.记 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,布罗卡尔点为 P ,布罗卡尔角为 θ , $\triangle ABC$ 的面积为 S ,则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\triangle ABC$ 为正三角形,则 $PC = \sqrt{3}a \sin \theta$
B. 若 $\theta = \frac{\pi}{6}$,则 $S = \frac{1}{4}(aPB + bPC + cPA)$
C. 若 $A = 2\theta$,则 $a^2 + b^2 + c^2 = 4bc \cos^2 \theta$
D. 若 $a = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{6}$,则 $\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCA$

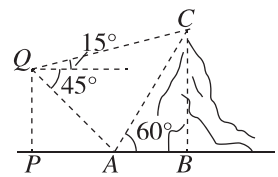


的外接圆半径之积为 $3\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知向量 $a = (1, 2), b = (x, 1), 2a + b$ 与 b 平行,则 x 的值为 _____.

13. 如图,某山的高度 $BC = 300$ m,一架无人机在 Q 处观测到山顶 C 的仰角为 15° ,地面上 A 处的俯角为 45° ,若 $\angle BAC = 60^\circ$,则此无人机距离地面的高度 PQ 为 _____ m.



14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, AC = 3, \angle BAC = 90^\circ$, D 在边 BC 上(不包括端点),延长 AD 到 P ,使得 $AP = 9$,若 $\overrightarrow{PA} = m\overrightarrow{PB} + (\frac{3}{2} - m)\overrightarrow{PC}$ (m 为常数),则线段 CD 的长度为 _____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)[2025·昭通高一期中] 已知向量 $a = (1, 2), b = (3, -2)$.

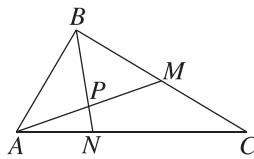
(1)求 $|a - b|$;

(2)若 $|c| = \sqrt{10}$,且 $(2a + c) \perp c$,求向量 a 与向量 c 的夹角.



16. (15 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $a = b \cos C + c \sin B$.
- (1) 求 B ;
- (2) 若 $b = \sqrt{5}, c = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (15 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2, AC = 4, \angle BAC = 60^\circ$, M 是 BC 的中点, N 是 AC 上的点, 且 $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC}$, AM, BN 相交于点 P . 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AC} = \boldsymbol{b}$.
- (1) 若 $x = \frac{1}{3}$, 试用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{PN}$;
- (2) 若 $AM \perp PN$, 求实数 x 的值.



18. (17 分) [2025 · 江苏常州高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin C = \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin C - \sin B}$.
- (1) 求 A .
- (2) 已知 $a = 3, b + c = 3\sqrt{3}$.
- ① 若 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , 求线段 AD 的长;
- ② 若 $b > c$, 点 P, Q 是边 AC 上的两个动点, 且 $\angle PBQ = \frac{\pi}{6}$, 设 $\triangle PBQ$ 的面积为 S , 求 S 的最小值.

19. (17 分) [2025 · 惠州高一期中] 设 A 是直线 PQ 外一点, 点 M 在直线 PQ 上 (点 M 与点 P, Q 均不重合), 我们称如下操作为“由 A 点对 PQ 施以视角运算”: 若点 M 在线段 PQ 上, 记 $(P, Q; M) = \frac{AP \sin \angle PAM}{AQ \sin \angle MAQ}$; 若点 M 在线段 PQ 外, 记 $(P, Q; M) = -\frac{AP \sin \angle PAM}{AQ \sin \angle MAQ}$. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 点 D 在射线 BC 上.
- (1) 若 D 是 BC 的中点, 由 A 点对 BC 施以视角运算, 求 $(B, C; D)$ 的值;
- (2) 若 $A = 60^\circ, a = 4, AB \perp AD$, 由 A 点对 BC 施以视角运算, $(B, C; D) = -3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;
- (3) 若 $A = 120^\circ, AD = 4$, 由 A 点对 BC 施以视角运算, $(B, C; D) = \frac{c}{b}$, 求 $b + 4c$ 的最小值.